GÉOMÉTRIE

1

PremToTerm Spé Géométrie

Connaissances nécessaires à ce chapitre

- Mener un calcul vectoriel en décomposant si besoin
- Démontrer que trois points sont alignés
- Démontrer que deux droites sont parallèles

Auto-évaluation

1 $[AB]$ est un segment de milieu C. D et E sont deux points tels que $BCDE$ est un parallélogramme. F est le point tels que $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EB}$.

1) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AF}$, puis le vecteur $\overrightarrow{FD}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{BE}$.
2) En déduire une expression du vecteur $\overrightarrow{AF}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{FD}$ et conclure.

2 Soit A, B et C trois points non alignés. Soit D et E les points tels que $\overrightarrow{BD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$.

1) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3) En déduire que les droites (AB) et (CE) sont parallèles

3 $ABCD$ est un parallélogramme. E, F et G sont les points définis par :

- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DE}$
- $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$
- $\frac{3}{4}\overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

Démontrer que les droites (EF) et (AG) sont parallèles.

4 DAns un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{j}\right)$, on donne les points :
$A(-3\;;2)$, $B(1\;;3)$, $C(-4\;;-1)$, $D(-1\;;-3)$, $E(-2\,;-1)$, $F(8\,;-5)$ et $G(-4\,;\frac{7}{4})$. les propositions suivantes sont elles vraies ou fausses ?

1) Le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze.
2) Les droites (AE) et (BF) sont parallèles.
3) Les points A,B et G sont alignés.
4) Le point A appartient à la droite $DE)$.
5) le triangle ACD est rectangle en C.
6) Les droites (AB), (CD) et (EF) sont concourantes

[1]

1. Document réalisé grâce à la classe sesamanuel crée par Jean-Côme Charpentier et Sébastien Mengin.

GÉOMÉTRIE

2

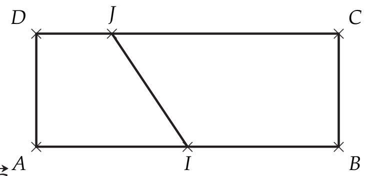
PremToTerm Spé
Produit scalaire

Connaissances nécessaires à ce chapitre

- ▶ Calculer un produit scalaire dans le plan en utilisant ses différentes expressions
- ▶ Calculer la mesure d'un angle géométrique, une longueur
- ▶ Déterminer une représentation paramétrique d'une droite

Auto-évaluation

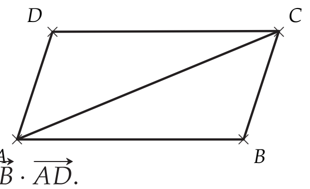
1 Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 4$ et $AD = 1{,}5$. Soit I le milieu de $[AB]$ et J le point tel que $4\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DC}$.



Calculer les produits scalaires suivants :

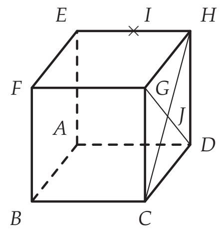
1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{JI}$
3) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{JI}$
4) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{JI}$

2 Soit $ABCD$ un parallélogramme tel que $AB = 4$, $AD = 2$ et $AC = 5$.



1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.
2) a) En déduire aussi que la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$, au dixième de degré près.
b) En remarquant que $BD^2 = \overrightarrow{BD}^2$, en déduire que $BD = \sqrt{15}$.

3 On considère un cube $ABCDEFGH$ de côté 1. Soient I le milieu de $[EH]$ et J le centre de la face $CDHG$.



1) Donner les coordonnées du point G dans le repère :
a) $(A\,;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$
b) $(C\,;\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CG})$
c) $(H\,;\overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HD}, \overrightarrow{HG})$
d) $(F\,;\overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FG}, \overrightarrow{FE})$
2) Même question avec le point B.
3) Même question avec le point J.

[a]

a. Document réalisé grâce à la classe sesamanuel crée par Jean-Côme Charpentier et Sébastien Mengin.

ANALYSE

3

PremToTerm Spé Dénombrer

Auto-évaluation

1 On considère les deux ensembles A et B suivants.
$A = \{0;4;7;5;2;10\}$; $B = \{1;5;8;2;3;10\}$.

1) Déterminer les ensembles suivants.

a) $C = A \cap B$

b) $D = A \cup B$.

2) Déterminer le complémentaire de l'ensemble C dans l'ensemble D. le noter E.

3) Déterminer le complémentaire de l'ensemble C dans l'ensemble A. le noter F.

4) Déterminer le complémentaire de l'ensemble C dans l'ensemble B. le noter G.

5) Comparer les ensembles $F \cup G$ et E.

6) Dessiner un diagramme pour les ensembles A et B, puis représenter $F \cup G$ sur ce diagramme.

2 Combien de mots différents de 4 lettres alternant consonne et voyelle peut-on former

- si la première lettre est une consonne ?
- si la première lettre est une voyelle ?

3 À la fin d'une réunion d'anciens élèves, tout le monde se serre la main. S'il y a 10 personnes à la fête, combien de poignées de mains sont échangées ?

4 Combien de diagonales contient un polygone convexe à 10 côtés (une diagonale relie deux sommets non adjacents) ?

5 Un de vos amis hongrois vous a dit un jour ceci : « En Hongrie, il y a 10 millions d'habitants. 78% des Hongrois ont un téléphone portable. Je suis sûr de trouver en Hongrie au moins trois personnes qui sont nées le même jour et qui ont le même code PIN (code de 4 chiffres protégeant la carte SIM). »Votre ami a-t-il raison ?

6 D'après un exercice de Didier Müller, (http ://www.apprendre-en-ligne.net) Les polyminos ont été étudiés par les Anglais Dudeney et Dawson au début du XX e siècle. Ils doivent leur popularisation, à partir des années cinquante, à Solomon W.Golomb, et sont devenus aujourd'hui un thème classique des récréations mathématiques. Les polyminos sont des assemblages de carrés de même taille par un de leurs côtés. Deux carrés s'assemblent en un domino, trois carré en un trimino (il n'y a que deux configurations possibles : le « bâton » et le « trimino en L »), quatre carrés en un tétramino , cinq carrés en un pentamino, etc. Combien y a-t-il de pentaminos différents (attention aux rotations et aux symétries axiales) ?

2

[1]

1. Document réalisé grâce à la classe sesamanuel crée par Jean-Côme Charpentier et Sébastien Mengin.

ANALYSE 4

PremToTerm Spé et complémentaires Suites

Connaissances nécessaires à ce chapitre

- Calculer les termes d'une suite
- Connaître les propriétés des suites arithmétiques et des suites géométriques
- Étudier le sens de variation d'une suite
- Calculer une somme de termes d'une suite arithmétique ou géométrique

Auto-évaluation

1 Soit la suite numérique (u_n) définie par récurrence par $u_0 = 2$ et $u_n = 2u_{n-1} + 3$ pour tout $n \geqslant 1$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2 Soit la suite numérique (v_n) définie par récurrence par $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = v_n + 3n + 4$ pour tout $n \geqslant 0$.

1) Calculer v_1, v_2 et v_3.

2) Exprimer v_n en fonction de v_{n-1} pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

3 Donner le terme général de :

1) la suite arithmétique (x_n) de premier terme $x_0 = 4$ et de raison -2 ;

2) la suite géométrique (y_n) de premier terme $y_1 = 2$ et de raison $\frac{1}{3}$.

4 (u_n) et (v_n) sont deux suites arithmétiques.

1) a) Que vaut u_{96} sachant que $u_0 = 3$ et que la raison de (u_n) est $\frac{1}{4}$?

b) À partir de quel rang a-t-on $u_n > 100$?

2) a) Quelle est la raison de la suite (v_n) sachant que $v_3 = 6$ et $v_8 = -5$?

b) En déduire v_{1000}.

5 Dans chacun des cas suivants, dire si la suite (u_n) est géométrique.

1) $u_n = 3 + 2^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2) $u_n = 5 \times 4^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

3) $u_n = 3^{n-2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

4) $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 7u_n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

6 Calculer les sommes suivantes :

1) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 149 + 150$

2) $1 + 3 + 9 + 27 + \cdots + 3^{10}$

3) $\sum_{k=0}^{n} 5^k$

4) $\sum_{k=0}^{n} (7k + 2)$

7 Étudier le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

1) $u_n = 5 - 4^n$

2) $u_n = 5n^2 + 4$

3) $u_{n+1} = u_n + n + 1$ et $u_0 = 1$

4) $u_n = 3 \times 2^{n+1}$

5) $u_n = (-1)^n \times n$

8 Écrire u_{n+1} et u_{n-1} en fonction de n pour la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

1) $u_n = 5n - 3$ **2)** $u_n = \dfrac{1 - 3^n}{n + 1}$ **3)** $u_n = 9^{n+3}$

[1]

1. Document réalisé grâce à la classe sesamanuel crée par Jean-Côme Charpentier et Sébastien Mengin.

ANALYSE

5

PremToTerm Spé et complémentaires Dérivation

Connaissances nécessaires à ce chapitre

- Calculer la dérivée d'une fonction f
- Déterminer certaines caractéristiques de f à partir de f'
- Utiliser le cercle trigonométrique, notamment pour donner une valeur de cosinus et sinus ou résoudre une équation.

Auto-évaluation

1 Donner l'ensemble de dérivabilité de la fonction f et calculer $f'(x)$ pour tout x dans cet ensemble.

1) $f(x)=3x^4-7x^2+2$

2) $f(x)=(x^2+2)(x^3+3)$

3) $f(x)=\dfrac{2x-3}{5x-7}$

4) $f(x)=(x+1)^3$

5) $f(x)=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}$

6) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

2 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x)=-x^3+2x^2+\frac{1}{x}.$$

1) On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$.

a) Montrer que $f'(x)=-\dfrac{(x-1)^2(3x^2+2x+1)}{x^2}$.

b) En déduire les variations de f.

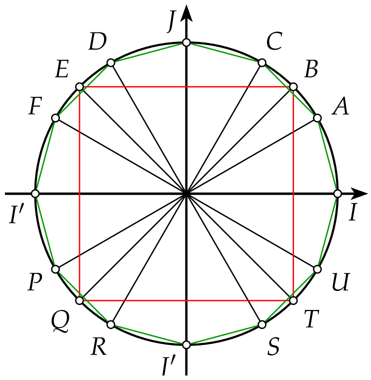
2) f admet-elle un extremum local en 1 ?

3) Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f aux points d'abscisses -1 et 1.

3 Dresser le tableau de variation des fonctions définies ci-après et préciser les extremums locaux.

- $f(x)=-2x^2+5x-3$ pour tout réel x
- $g(x)=2-\dfrac{3}{x-1}$ pour $x\neq 1$
- $h(x)=\sqrt{2x-3}$ pour $x\geqslant\dfrac{3}{2}$
- $A(x)=(x+1)\left(\sqrt{x}-2\right)$ pour $x>0$
- $B(x)=\exp(-\frac{x^2}{2})$ pour $x\in\mathbb{R}$
- $C(x)=x\exp(-\frac{x^2}{2})$ pour $x\in\mathbb{R}$

4 Un carré rouge et un dodécagone regulier vert sont inscrits dans le cercle trigonométrique suivant :



1) Associer à chaque point une mesure en radians.

2) Donner les valeurs exactes de :

a) $\sin\dfrac{2\pi}{3}$ **b)** $\cos\dfrac{5\pi}{4}$ **c)** $\sin\dfrac{11\pi}{2}$ **d)** $\cos\dfrac{7\pi}{6}$

3) Résoudre les équations sur $[0\,;\,2\pi]$.

a) $\cos x=\dfrac{1}{2}$ **b)** $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** $\cos x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

STATISTIQUES PROBABILITÉS

6

PremToTerm Spé et complémentaires Probabilités

Connaissances nécessaires à ce chapitre

- Savoir calculer des probabilités
- Connaître la notion de variable aléatoire

Auto-évaluation

1 On lance deux fois de suite une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois pile et une fois face au bout des deux lancers ?

2 On considère une variable aléatoire X dont voici la loi de probabilité.

k	-6	-1	5
$P(X = k)$	0,2	0,3	0,5

Déterminer l'espérance et la variance de cette variable aléatoire.

3 Un dé cubique est pipé : il a une probabilité plus grande de tomber sur 6.
On note p cette probabilité et on sait par ailleurs que la probabilité de tomber sur chacune des autres faces est la même.

1) p peut-il être égal à 0,1 ?

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer la valeur de p telle que :

a) la probabilité de tomber sur cinq soit de $\frac{1}{7}$;

b) l'on obtienne 5,5 « en moyenne » ;

c) la probabilité d'obtenir 6 soit trois fois plus grande que celle d'obtenir une autre face du dé.

4 Dans une urne, il y n boules rouges et p boules bleues. On tire une boule dans l'urne puis on la remet.

- Si la boule tirée est rouge, on double le nombre de boules rouges dans l'urne.
- Si la boule tirée est bleue, on double le nombre de boules bleues dans l'urne.

On réalise ensuite un deuxième tirage. Déterminer les nombres possibles de boules rouges et bleues dans l'urne de départ avec les informations suivantes :

- la probabilité que la deuxième boule soit rouge sachant que la première est rouge est $\frac{16}{33}$;
- la probabilité que la deuxième boule soit bleue sachant que la première est bleue est $\frac{17}{21}$.